

## Elevando Expectativas e Desempenho. O impacto da Reforma Matemática em Larga Escala que Dá a Todos os Alunos Acesso à Matemática de Alta Qualidade

Jo Boaler, Universidade de Stanford, cofundadora: [www.youcubed.org](http://www.youcubed.org)

David Foster, Diretor Executivo, Silicon Valley Mathematics Initiative

### Abstract

Este artigo mostra os resultados de uma capacitação profissional ministrada em 8 distritos escolares da Califórnia. Quando os professores pararam de separar os alunos por habilidade acadêmica, ensinaram a todos um trabalho de alto nível, engajaram-nos em tarefas ricas e usaram avaliações formativas, o aprendizado de matemática aumentou de forma espetacular. Os distritos que passaram pela intervenção foram comparados a outros distritos que não empreenderam novas formas de trabalho. Os alunos nos distritos submetidos à intervenção se saíram significativamente melhor do que aqueles distritos que usavam as atividades do CST e MARS<sup>1</sup>. Este artigo examina os motivos para o baixo desempenho em salas de aula que separam os alunos por habilidade acadêmica, e o valor da avaliação formativa e das tarefas ricas de matemática.

### Introdução

As propostas de mudança da matemática escolar com frequência provocam bastante polêmica nos Estados Unidos e até declarações de “guerra” (BOALER, 2009; ROSEN, 2001; WILSON, 2002). Os tradicionalistas lutam para manter o mesmo currículo e pedagogia canônicos que há séculos têm perdurado nas aulas de matemática, particularmente se as julgam eficazes em suas aulas. Tal posicionamento ignora uma base sólida de resultados de pesquisa que mostram o impacto positivo de mudanças em sala de aula, dentre elas o ensino de uma matemática mais ampla e o envolvimento ativo dos alunos no aprendizado (BOALER, 2009; SCHOENFELD, 2002). Os dados sobre o desempenho dos alunos em matemática nos EUA respondem à necessidade de mudança, pois cerca de três quintos dos estudantes nos EUA apresentam um aproveitamento abaixo do esperado na matéria desde a educação infantil até a universidade (SILVA; WHITE, 2013), além disso, o país ocupa o baixo 36º lugar dentre 65 países nos testes internacionais de desempenho matemático (PISA, 2012). Em uma pesquisa recente, mais de 50% das crianças do ensino fundamental 2 disseram preferir comer brócolis a fazer matemática (RAYTHEON-COMPANY, 2012). A matéria também é a mais injusta de todas, na qual alunos negros e de baixa renda apresentam níveis chocantes de baixo desempenho (KOZOL, 2012; ROUSSEAU; TATE, 2003). A

---

<sup>1</sup> CST - California Standards Test (Teste de Padrões da Califórnia); MARS - Mathematics Assessment Resource Service (Serviço de Recursos da Avaliação Matemática).

pletora de dados relacionados ao baixo aproveitamento em matemática, ao desinteresse e à iniquidade surgem num momento em que a necessidade de literacia quantitativa entre a população está mais alta que nunca (BOALER, 2013b; WOLFRAM, 2010). Apesar desses dados e da ‘crise na matemática’ amplamente reconhecida, alguns grupos tradicionais trabalham incansavelmente para manter as formas do ensino matemático que têm produzido o estado de deficiência e desigualdade nas salas de aula dos EUA.

Os padrões de matemática do Common Core<sup>2</sup> - os novos padrões curriculares que estão sendo lançados na maioria das escolas norte-americanas - efetuaram pequenas mudanças no conteúdo matemático que deve ser ensinado nas escolas, acompanhadas de modificações muito mais significativas nas formas de trabalho recomendadas para as salas de aula (<http://www.corestandards.org/>). Os padrões de prática matemática do Common Core não apresentam novos conhecimentos a serem aprendidos, mas ações matemáticas usadas por matemáticos e que são necessárias para o trabalho bem-sucedido e a vida na nova era tecnológica (BOALER, 2013b; RAND, 2002, Outubro). Dentre elas, ações importantes como a resolução de problemas, a compreensão da matemática, a perseverança, a argumentação e a comunicação da matemática de modos diferentes.

A introdução dos padrões matemáticos do Common Core e suas avaliações associadas têm gerado resistência em muitos campos diferentes, algo esperado diante de uma mudança social em larga escala (ROSEN, 2001). A resistência mais organizada vem de uma aliança que tem visto alguns grupos políticos, que associam o novo currículo a oponentes políticos, se juntarem a campos tradicionais duradouros que recusam quaisquer mudanças na matemática escolar. Outra resistência, menos previsível, está vindo dos pais, alguns deles temem a mudança porque os filhos têm se saído bem no modelo tradicional de ensino matemático que está sendo reformado, enquanto outros receiam que eles não conseguirão trabalhar nas formas mais exigentes estabelecidas no Common Core (ENGLE, 2014). Junto a essas preocupações, há também dúvidas sobre a capacidade dos professores de mudar seu ensino e levar as crianças a níveis de matemática mais altos. Dentro deste contexto, apresentar os dados deste artigo, mostrando o impacto de um programa cuidadoso de capacitação profissional em oito distritos escolares da Califórnia, em que professores foram treinados para implementar um modelo de ensino coerente com os novos padrões do Common Core, parece particularmente importante.

A mudança nos professores que é associada à aprendizagem do aluno exige capacitação profissional de alta qualidade, na qual os próprios professores aprendem a se engajar na matemática de alto nível e durante a qual aprendem as práticas pedagógicas e avaliativas que elevam o aproveitamento discente (BORKO, 2004; BOSTON & SMITH, 2009). Alguns dos opositores ao Common Core dizem que uma mudança docente em larga escala é um objetivo

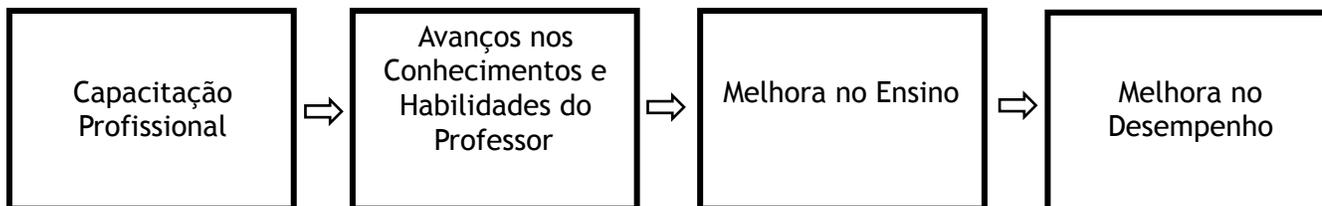
---

<sup>2</sup> O Common Core (núcleo comum) é uma base que estabelece o conjunto de habilidades que os alunos devem aprender a cada série, da pré-escola ao ensino médio, nos EUA.

impossível, mas os distritos escolares têm a verba necessária para treinar seus professores (<https://www.cde.ca.gov/fg/fo/profile.asp?id=3434>) e as universidades têm fornecido o conhecimento de pesquisa necessário para formar o conteúdo da capacitação profissional, com resultados que evidenciam o que funciona nas salas de aula (BOALER, 2009; SCHOENFELD, 2002) e as formas de gerar a mudança nos docentes (BORKO, 2004; BOSTON; SMITH, 2009). Muito se acredita que os professores só mudam quando recebem capacitação profissional contínua e de alta qualidade, e essa é certamente a regra de ouro para a mudança, mas as últimas inovações, a exemplo de um curso online de oito semanas que mudou as práticas dos professores (STANFORD, 2013), de algum modo confrontam a ideia de que a capacitação profissional precisa ser de longo prazo e até presencial (<https://ed.stanford.edu/news/new-online-course-learning-love-math>). As intervenções online estão engatinhando e carecem de estudo cuidadoso, mas elas acrescentam dados importantes ao conteúdo da capacitação profissional, necessários para gerar a mudança nos professores. Na intervenção que mostramos aqui, a capacitação profissional foi fornecida a professores do ensino fundamental 2 em oito distritos escolares da Califórnia, e o desempenho desses alunos foi comparado ao de alunos em 25 outros distritos escolares que não receberam capacitação profissional e serviram de exemplo comparativo à altura. No restante deste artigo, nós descrevemos a capacitação profissional dada aos professores, as mudanças feitas em termos de sala de aula e agrupamento, bem como o desempenho dos alunos que aprenderam por meio de novas abordagens de ensino, comparado àqueles que trabalharam de formas mais tradicionais.

### A intervenção

A Silicon Valley Mathematics Initiative [SVMI - em português, Iniciativa Matemática do Vale do Silício] tem trabalhado com distritos escolares públicos, escolas particulares e escolas charter (tipo de escola pública independente nos Estados Unidos) desde 1996, proporcionando capacitação profissional voltada a melhorar o ensino e o aprendizado da matemática. A teoria de ação da SVMI é de que o ensino dos professores melhora quando eles adquirem novos conhecimentos e habilidades por meio de capacitação profissional contínua, ampla e intensiva, e que a melhora no desempenho é resultado da melhora no ensino.



A capacitação profissional da SVMI engloba um ciclo no qual os professores focam em altos padrões por meio da avaliação do trabalho dos alunos em relação aos parâmetros, exame dos produtos dos alunos e análise de suas compreensões, e então desenvolvem estratégias e práticas

educacionais eficazes que estejam em sintonia com as descobertas, adaptando o ensino para melhorar o aprendizado e a compreensão do aluno. Os professores aprendem a ter expectativas altas em relação a todos os alunos e a ensinar um trabalho de alto nível, e não apenas a aqueles categorizados como mais capazes que os outros.

Durante o ano letivo de 2005-6, a SVMl convidou os distritos a participar de um programa de melhoria do ensino de matemática para os estágios intermediários, do 6º ao 8º ano, acompanhado por um estudo que mediria sua eficácia. Vinte e cinco distritos escolares inscreveram propostas para a capacitação profissional intensiva. Destes, a SVMl selecionou oito com base num conjunto amplo de critérios, como a diversidade dos alunos, a liderança estável e o comprometimento. Identificou-se que esses oito distritos estavam interessados em três princípios gerais: 1) equidade e acesso a todos os alunos; 2) expectativas altas e apoio a todos os alunos; e 3) ensino de um programa equilibrado de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como solução de problemas matemáticos. O estudo foi conduzido no auge da Era *No Child Left Behind*<sup>3</sup>, quando muitos distritos estavam focados em melhorar os resultados em exames de grande importância. A Califórnia havia adotado uma política exigindo que todos os alunos do 8º ano fossem proficientes em Álgebra 1, mas 65% dos estudantes do estado não estavam alcançando essa meta.

A teoria de ação da SVMl propôs uma capacitação profissional intensiva para professores de matemática e apoio à colaboração dentro dos departamentos de matemática durante a transição para um ensino mais significativo da matéria a todos os alunos. Nos três anos seguintes, os professores do ensino fundamental 2 participaram de uma capacitação de férias com duração de cinco dias e uma capacitação de oito dias inteiros de sessões a cada ano letivo. A capacitação profissional contou com ciclos de avaliação formativa, nos quais os professores administraram tarefas ricas de desempenho do MARS (FOSTER; NOYCE; SPIEGAL, 2007; PAK; FOSTER, 15 de abril de 2012), examinaram o trabalho dos alunos e planejaram aulas de reengajamento que eles então ministraram aos alunos. Três tarefas do MARS são apresentadas no apêndice. Para mais detalhes sobre a necessidade da avaliação formativa nas salas de aula e os métodos que os professores podem usar para ensinar por meio de ciclos de avaliação formativa, ver (BOALER; WILLIAM, 1998) e (BLACK; HARRISON; LEE; MARSHALL; BLACK; WILLIAM, 1998) e (BLACK et al, 2002; BLACK; WILLIAM, 1998) respectivamente. Os professores aprenderam a usar tarefas matemáticas ricas, com alta demanda cognitiva (STEIN; SMITH; HENNINGSEN; SILVER, 2000), que exigem dos alunos pensamento conceitual sobre a matéria.

No começo do projeto, os oito distritos escolares assumiram o compromisso de ensinar matemática de alto nível para todos os alunos. Para cinco deles, isso significou abandonar a separação de alunos por nível de habilidades acadêmicas, eliminando todas as turmas de nível

---

<sup>3</sup> O No Child Left Behind (Nenhuma Criança Deixada para Trás) foi um programa lançado pelo presidente George W. Bush, em 2001, que investiu na criação de uma cultura de testes para monitorar de perto o aprendizado de cada criança e garantir que ninguém “ficasse para trás”.

baixo. Os outros três distritos continuaram a oferecer turmas “aceleradas”, mas ensinaram os mesmos tópicos matemáticos, abordando os mesmos problemas em todas as aulas. A mudança para o ensino de conteúdo de alto nível a todos os alunos é um precursor importante do alto aproveitamento acadêmico, pois as pesquisas têm mostrado de forma consistente o impacto negativo das separações acadêmicas sobre o desempenho geral dos alunos em matemática (BOALER; STAPLES, 2005; BURRIS; HEUBERT, LEVIN 2006; OAKES, 2000). Nos distritos de comparação, o ensino manteve-se tradicional: os alunos foram rigidamente separados entre turmas de alto e baixo desempenho, as práticas de avaliação formativa eram mínimas, apenas alguns professores participaram da capacitação profissional intensiva e o objetivo predominante era prestar um ensino voltado ao importante teste estadual.

Trabalhando juntos em seus departamentos de matemática, os professores nos distritos de intervenção iniciaram um ciclo de avaliações formativas (BRIARS; ASTURIAS; FOSTER; GALE, 2013; FOSTER; POPPERS, 2011). Eles selecionaram e administraram uma série de tarefas avaliativas de desempenho do MARS; reuniram-se para dar notas e analisar os papéis dos alunos; e identificaram práticas exitosas, erros comuns e concepções equivocadas. Esse processo ajudou os professores a adquirir mais conhecimento sobre o conteúdo matemático e a pedagogia, e a moldar e ensinar aulas novas que reengajassem os alunos em conceitos matemáticos chave. As equipes de liderança distritais encontravam-se regularmente para garantir que todos os alunos receberiam o mesmo ensino matemático de alta qualidade.

Neste estudo, comparamos os resultados de desempenho dos oito distritos que passaram pelo tratamento com 25 distritos correspondentes na SVMI. Dados de base foram colhidos em 2005 - 2006 para escolher os distritos que eram similares em termos de informações demográficas dos alunos, níveis de desempenho anteriores e de matrículas em cursos de matemática de níveis mais altos naquela época. Os indicadores demográficos incluem a porcentagem de alunos classificados para receber almoço gratuito ou de preço reduzido; a porcentagem de estudantes que estavam aprendendo a língua inglesa; a composição étnica; e a porcentagem dos alunos cujos pais não tinham curso superior. Os distritos que receberam a intervenção tinham números mais altos de alunos que atendiam aos requisitos para o recebimento de almoço gratuito ou de valor reduzido, mais estudantes que estavam aprendendo a língua inglesa e estudantes negros. Em 2006/7, os distritos escolares foram recrutados para o estudo, e durante 2007-9 os professores receberam capacitação profissional intensiva.

Tabela 1: Dados Demográficos dos Alunos

Dados demográficos dos alunos	Distritos de Intervenção	Distritos de Comparação
Porcentagem dos Alunos que atendem aos requisitos para receber almoço gratuito ou com desconto	30%	25%
Estudantes aprendendo a língua inglesa	21%	17%
Indígena norte-americano, Afro-americano, Latino/Hispânico, originário das ilhas do pacífico e das Filipinas	65%	59%
Pais sem curso superior	43%	38%

A Tabela 2 mostra o desempenho discente dos dois grupos antes da intervenção. Em 2006, os 33 distritos escolares administraram o exame de avaliação de desempenho sumativo do MARS de primavera e os alunos fizeram o California Standards Test (CST). Os estudantes nos distritos de intervenção obtiveram notas aproximadamente idênticas em relação aos alunos dos outros 25 distritos de controle.

Tabela 2: Desempenho dos alunos Antes da Intervenção

	Distritos de Intervenção	Distritos de Comparação
Alunos do Ensino Fundamental 2 Estudados	2489	6378
Porcentagem dos Alunos que Atingiram o Padrão do CST 2006	32%	36%
Porcentagem dos Alunos que Atingiram o Padrão do exame de avaliação de desempenho do MARS	20%	22%

## Resultados

Quando os professores de matemática de oito distritos escolares foram ensinados a ter expectativas altas em relação a todos os seus alunos, engajando-os em tarefas de matemática ricas, os estudantes obtiveram resultados significativamente melhores tanto em exames estaduais restritos quanto em

exames mais amplos e conceituais de matemática. A Tabela 3 mostra que os alunos nos distritos de intervenção obtiveram um desempenho significativamente maior em ambos os exames do CST e do MARS ao final do período de estudos de 3 anos. No teste do CST, 33% dos alunos nos distritos de comparação atenderam aos padrões, contra 48% dos alunos nos distritos de intervenção. O teste do MARS, que examina uma matemática mais conceitual, mostrou que 18% dos alunos em distritos de comparação atenderam aos padrões contra 38% nos distritos de intervenção.

Tabela 3: Desempenho do Aluno Antes e Depois da Intervenção

	<b>Distrito de Intervenção</b>	<b>Distritos de Comparação</b>
Alunos do Ensino Fundamental 2 Estudados	2.489	6.378
Porcentagem dos Alunos que Atenderam ao Padrão do CST 2006	32%	36%
Porcentagem dos Alunos que Atenderam ao Padrão da avaliação de desempenho do MARS 2006	20%	22%
Porcentagem dos Alunos que Atenderam ao Padrão do CST 2009	48%	33%
Porcentagem dos Alunos que Atenderam ao Padrão da avaliação de desempenho do MARS 2009	38%	18%

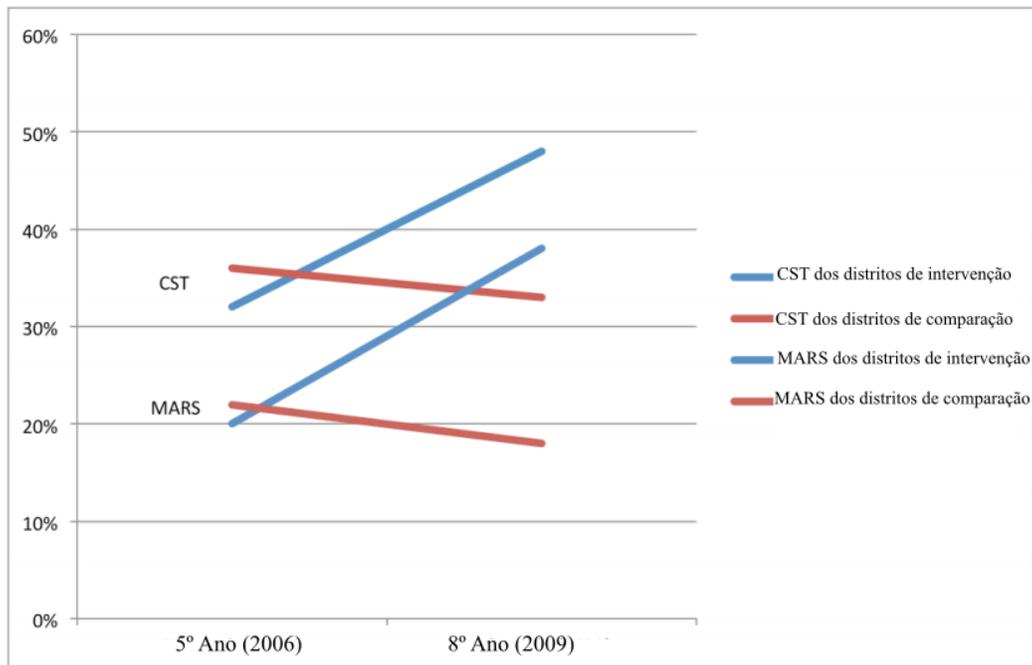


Figura 1. Desempenho do aluno antes e depois da intervenção nos testes CST e MARS.

Vinte por cento a mais de alunos nos distritos de intervenção atenderam aos padrões nos testes MARS, importante avaliação sobre compreensão matemática. Essa grande diferença se dá em parte, mas não totalmente, pelo fato de que a capacitação profissional que os professores receberam envolveu o engajamento dos alunos nas tarefas do MARS. O desempenho dos alunos no MARS é importante e mostra que eles aprenderam a trabalhar em níveis cognitivos altos, usar abordagens não tradicionais, aplicar a compreensão conceitual, e explicar e justificar suas conclusões. Todas essas são formas de trabalho de que os estudantes precisam para usar a matemática de forma eficaz no mundo (BOALER, 2013) e elas são as formas incentivadas pelas Práticas Matemáticas do Common Core e que serão avaliadas em novos exames do Common Core.

O desempenho em matemática dos alunos que trabalharam em grupos heterogêneos com tarefas ricas é uma descoberta muito significativa, dada a ampla escala de baixo desempenho em matemática que assola os EUA. Os professores nos distritos escolares que receberam capacitação profissional implementaram as mudanças recomendadas com alta fidelidade e, ao final do estudo, 90% dos professores do ensino fundamental 2 relataram empreender práticas de avaliação formativa por meio do banco do MARS de atividades lançadas. Dois terços dos professores da intervenção também relataram ter completado o ciclo de avaliação formativa, incluindo a criação e ensino de aulas de reengajamento. Eles também afirmaram que

planejavam continuar a dar aulas usando os novos métodos e atividades que haviam aprendido. Como mostram os relatos de três professores nas entrevistas:

“Já não preciso pegar meu livro de matemática, pois me sinto à vontade em apresentar um problema rico e sei que eles estão trabalhando nele e questionando mais uns aos outros - em vez de uma ficha. Desse jeito, meus alunos estão resolvendo o dobro de problemas sem nem perceber.”

“Estamos usando as avaliações da mesma forma como no MARS. Nós as utilizamos para os próximos passos. Eu uso mais avaliações do que antes. No passado, só olhava os resultados e dizia “paciência!”, e seguia adiante. Agora, há mais avaliações ao longo do caminho... Agora, sei mais o que buscar enquanto caminho pela sala. Sei melhor como intervir. Agora, compreendo e posso fazer análises para ajudar meus alunos.”

“Questionar é parte importantíssima do que estamos tentando fazer. Não é questão de apenas ‘sim’ e ‘não’, mas um questionar que exige dos alunos ir mais longe. Eu sondo, então eles veem o que talvez não tenham. É uma das coisas mais difíceis de se aprender a fazer, mas é tão valiosa.”

Além de os professores terem mais conhecimento sobre formas de engajar os alunos e de passar exercícios ricos de matemática, os alunos também assistiram às aulas em grupos heterogêneos enquanto os estudantes nos distritos de comparação tiveram aulas em turmas regulares e avançadas. Foi significativo o fato de que mais alunos dos distritos de intervenção, que não estavam sujeitos à separação por habilidade acadêmica, alcançaram níveis avançados ou proficientes nas duas avaliações registradas. Essa descoberta está em sintonia com outra pesquisa sobre agrupamento por habilidade acadêmica, mostrando que os alunos que receberam aulas em grupos separados obtiveram notas gerais mais baixas (BOALER; STAPLES, 2005; BURRIS et al., 2006; OAKS, 2000). Burris, Heubert e Levin (2006) realizaram um estudo de larga escala sobre separação por habilidades na matemática, seguindo seis coortes de alunos a partir do ensino fundamental 2 no estado de Nova York. Nos três primeiros anos, os alunos aprenderam matemática em turmas separadas por habilidade acadêmica, nas quais alguns deles foram alocados no nível avançado, trabalhando em níveis mais altos. Nos três anos seguintes, os distritos eliminaram essa separação e todas as turmas receberam aulas de alto nível de matemática. Nesses três últimos anos do estudo, os alunos que tiveram aulas em grupos heterogêneos alcançaram desempenhos gerais mais elevados em matemática, eles assistiram a aulas de matemática mais avançadas no ensino médio e passaram no teste estadual um ano mais cedo. Os alunos no espectro de baixo, intermediário e alto rendimento se beneficiaram do trabalho em conjunto, e não da separação em turmas diferentes (BURRIS; HEUBERT; LEVIN, *AERJ*, v. 43, n. 1, p. 103-134).

Muitos pais e alguns professores têm fortes convicções de que é benéfico promover os alunos para turmas avançadas, que passam com maior celeridade pelo conteúdo de nível mais alto. Mas as pesquisas têm mostrado que o avanço precoce pode ser prejudicial aos alunos. Nos distritos de comparação em nosso estudo, 65% dos alunos que estavam matriculados em turmas aceleradas precisaram repetir as aulas quando passaram ao ensino médio. Os alunos que repetem as aulas de matemática muitas vezes entram num ciclo de baixo desempenho (FINKELSTEIN; FONG; TIFFANY-MORALES; SHIELDS; HUANG, 2012) e os resultados das últimas pesquisas sobre programas para “Prodígios & Talentos” [Gifted & Talented - G&T] mostram que os resultados dos alunos de matemática podem sofrer impacto negativo quando eles frequentam tais programas (BUI; CRAIG; IMBERMAN, 2012).

### Conclusão

A mudança na matemática é difícil, mesmo quando provocada por dados irrefutáveis sobre o baixo desempenho. Os professores tendem a ensinar da forma como foram ensinados (LORTIE, 1975), permitindo a continuação de um modelo tradicional de ensino defeituoso, mas persistente. Uma área que tem sido particularmente difícil de mudar está relacionada à forma como os grupos são usados nas aulas de matemática. Muitos professores e pais presumem que a melhor maneira de ensinar aos alunos se dá via predeterminação do trabalho que eles são capazes de aprender e, então, o ensino coerente com ele. No entanto, décadas de pesquisa mostram que, quando os alunos recebem aulas em grupos heterogêneos, acompanhadas por boas práticas de ensino, eles alcançam um desempenho significativamente mais alto (BOALER, 2009; COHEN; LOTAN, 2014). Os países que não usam as formas de agrupamento por habilidade dominantes nas escolas norte-americanas são líderes mundiais de aproveitamento. Países tão diversos quanto a China e a Finlândia acreditam que todos os alunos devem ser estimulados na matemática e encorajados a levar o trabalho a níveis altos (SAHLBERG, 2013). Uma das conclusões dos analistas internacionais que examinam dados de desempenho em todo o mundo é de que os países com melhor aproveitamento são aqueles que menos e mais tardiamente agrupam por habilidade (BURSTEIN, 1993).

Existem vários motivos por que o agrupamento por habilidade é associado ao baixo desempenho. Três dos mais importantes dizem respeito a:

#### 1. As Mensagens Comunicadas aos Alunos.

Quando os alunos recebem mensagens fixas sobre seu próprio potencial - imbuídas pela noção de que, ou eles são inteligentes, ou não -, desenvolvem ‘mentalidades fixas’. Tais mentalidades têm um impacto enorme sobre o aprendizado dos alunos e elas têm sido associadas com baixo aproveitamento e aversão ao empenho (BLACKWELL et al., 2007; BOALER, 2013<sup>a</sup>; DWECK, 2006b). Num estudo recente, descobriu-se que os alunos mais influenciados pelas mensagens

fixas eram aqueles colocados em turmas de alto desempenho (ROMERO, 2013). O agrupamento por habilidade envia uma mensagem de mentalidade fixa para os alunos - de que eles são inteligentes, ou não -, e isso é prejudicial em muitos aspectos do aprendizado (DWECK, 2006) e em todos os níveis de desempenho. Um dos grupos de alunos com o raciocínio de mentalidade fixa mais persistente e danoso é composto pelas garotas com alto desempenho, que obstinadamente evitam as matérias de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática em níveis mais complexos (BOALER, 2014; DWECK, 2006<sup>a</sup>). Muitos educadores e pais entendem que, quando os alunos são colocados numa posição intermediária ou baixa, recebendo trabalhos mais fáceis, suas chances de chegar a um alto aproveitamento diminuem, mas os resultados das pesquisas estão revelando que os alunos em turmas de alto rendimento podem ser igualmente prejudicados.

## 2. Os Problemas de Matemática Usados nas Salas de Aula

Quando os professores colocam os alunos em grupos de habilidades acadêmicas, muitas vezes presumem que eles são todos iguais e preparam o mesmo trabalho para todos, apesar das enormes diferenças nas necessidades de aprendizagem deles. O desenvolvimento de cada um se dá em ritmos e momentos diferentes e os alunos trabalham em velocidades diferentes, o que significa que o ensino de qualidade exige o fornecimento de trabalho que pode ser levado a níveis diferentes por alunos diferentes. Nas aulas da SVMl, os professores foram treinados para oferecer problemas matemáticos que os alunos pudessem levar a diferentes níveis e que fossem acessíveis a alunos que trabalhavam em níveis mais baixos, mas que pudessem ser estendidos àqueles que trabalham em níveis mais altos. Problemas de ‘ piso baixo - teto alto ’ são aqueles que todos podem acessar e que também podem ser levados a níveis muito altos (para ver um exemplo, consulte <https://www.youtube.com/watch?v=pOOW0hQgVPQ> - em inglês). Quando todos os alunos são estimulados a trabalhar em níveis altos e recebem bons recursos matemáticos que podem ser estendidos e diferenciados, o aproveitamento melhora.

## 3. Os Efeitos Prejudiciais da Rapidez

Os pais de alunos com alto rendimento muitas vezes acreditam que os filhos vão obter notas melhores se virem conteúdos de nível alto mais cedo e passarem a frequentar aulas de nível mais alto precocemente. Mas os alunos induzidos a estudar o conteúdo de forma apressada geralmente perdem a habilidade crítica de pensar e raciocinar. Aqueles que pulam de nível muitas vezes desenvolvem a velocidade procedural, mas não têm a profundidade de que precisam para se sair bem em problemas complexos, e muitos se afastam da matemática o mais rápido que podem. Nos distritos de comparação deste estudo, dois terços dos alunos que eram avançados em álgebra acabaram repetindo a matéria no ensino médio. Na Finlândia, um dos países com melhor aproveitamento do mundo, as crianças só entram na escola a partir dos sete anos e começam a aprender a matemática formal com um atraso de 3 anos em comparação aos

alunos norte-americanos (SAHLBERG, 2013). No entanto, os estudantes finlandeses se saem melhor que os alunos norte-americanos por uma margem considerável. No 8º ano, 15,3% dos alunos finlandeses alcançam os melhores resultados nos testes de matemática do PISA contra apenas 8,8% dos alunos nos EUA (PISA, 2012).

Existe uma concepção errônea generalizada de que, quando os alunos de diferentes níveis de aproveitamento são misturados nas turmas, os alunos com alto desempenho são negligenciados, mas as pesquisas mostram o oposto, que os alunos de alto aproveitamento são muitas vezes os mais beneficiados pelo agrupamento heterogêneo (BOALER; STAPLES, 2005). As vantagens vêm das oportunidades que eles recebem de se aprofundarem mais, de explicarem o trabalho para os outros, o que torna sua compreensão mais profunda, bem como o fornecimento de trabalhos que eles possam estender a níveis mais altos em relação ao material que muitas vezes recebem nas turmas avançadas.

Uma das áreas que mais carece de mudança nos Estados Unidos é o uso generalizado de modelos ineficientes de agrupamento dos alunos, particularmente na matemática. Os modelos eficazes de agrupamento são bem conhecidos e documentados por pesquisa (BOALER, 2009) e eles precisam ser usados em muito mais escolas nos EUA. Alguns distritos escolares estão reconhecendo a compreensão existente obtida pelas pesquisas e eliminando turmas avançadas para as idades mais jovens. O conselho escolar em São Francisco, por exemplo, um dos maiores distritos escolares urbanos da Califórnia, votou recentemente, por unanimidade, pela remoção de todas as turmas de nível avançado até a 1ª série do ensino médio, dando a todos os alunos a oportunidade de obter um excelente desempenho até lá. Na 1ª série, os alunos têm a opção de assistir a aulas em níveis diferentes e aqueles com alto aproveitamento ainda conseguem cursar Cálculo avançado antes de terminar o ensino médio (ver <https://www.youcubed.org/pt-br/resources/porque-um-nucleo-comum-em-matematica/>).

Outra área que necessita muito de mudança nos EUA está relacionada à avaliação utilizada nas aulas de matemática. Na capacitação profissional dada aos distritos de intervenção, os professores foram treinados para usar menos avaliações sumativas (testes e notas), e mais avaliações formativas, dando aos alunos feedback por seu trabalho e dizendo o que os ajudaria a aprender, em vez de apenas uma nota, classificação ou pontuação de teste (BLACK; WILLIAM, 1998). A matemática é a matéria cujo currículo mais aplica testes e notas em demasia, e a constante atribuição de notas e testes aos alunos é um dos motivos pelos quais tantos estudantes se sentem inadequados em relação à matéria. Os alunos nos distritos de intervenção se engajaram em avaliações mais formativas e menos sumativas, que foi parte do ensino importante que vivenciaram.

Os alunos nos distritos de intervenção também deixaram de responder a perguntas curtas de matemática e passaram a receber tarefas longas e ricas, que demandaram deles um trabalho de maior profundidade, no qual exploraram as ideias matemáticas e trabalharam de forma

conceitual. O resultado da capacitação profissional de alta qualidade que os professores receberam transparece na melhora do desempenho dos alunos. Algumas pessoas acreditam que uma melhora em larga escala do ensino de matemática, em que os alunos trabalham com uma matéria mais desafiadora e conceitual, é algo que os professores terão demasiadas dificuldades para alcançar nos EUA (ENGEL, 2014). Comparações de desempenho em testes internacionais muitas vezes levam os analistas a especular que o alto aproveitamento provém de uma melhor qualificação da força de trabalho dos professores nos outros países. O pensamento negativo sobre a capacidade dos professores norte-americanos também tem disseminado os argumentos daqueles contrários às mudanças propostas pelo Common Core. Os dados apresentados neste artigo mostram que tais mudanças são alcançáveis. Quando os professores são respeitados, e tratados de forma profissional, algo que está muito em falta na prestação de capacitação profissional dos últimos anos nos EUA, eles respondem de formas significativas. Muitos analistas olham para o desempenho da China, onde os estudantes de Xangai atualmente ocupam as primeiras posições no ranking de desempenho matemático por uma margem impressionante (PISA, 2012). No entanto, um dos motivos para o bom desempenho dos alunos chineses está vinculado ao tempo que os professores dedicam a seu próprio aprendizado. Na China, o ensino é uma profissão de aprendizado e os professores estudam as aulas uns dos outros e passam muitas horas preparando boas aulas, dando bem menos aulas por semana dos que os professores dos EUA, mas passando mais tempo aprendendo, fora de sala de aula (STEVENSON, 2009; STIGLER; STEVENSON, 1991). O resultado desse tempo alocado ao aprendizado profissional na China é o ensino da matemática conceitual, ministrado a todos os alunos, que desenvolvem uma profundidade de compreensão impressionante (ver um exemplo em [www.youcubed.org](http://www.youcubed.org) em julho/agosto).

Na capacitação profissional descrita nesse estudo, os professores tiveram tempo para aprender - tempo administrável para todos os distritos escolares - 5 dias nas férias e 8 dias por ano. Eles próprios se engajaram na matemática do mesmo jeito que os alunos precisam se engajar matematicamente e foram tratados como profissionais. O tempo que os professores receberam para aprender se traduziu em bom desempenho estudantil. Nos EUA, precisamos confiar em nossa força de ensino e nos resultados de pesquisas que há décadas têm sido coletados em relação ao ensino e ao aprendizado matemático de alta qualidade. Essa confiança há muito está em falta nos EUA. Quando apagamos os mitos sobre quem pode aprender a matéria (BOALER, 2013<sup>a</sup>, 2013<sup>b</sup>) e investimos no tempo de aprendizado do professor, os alunos aprendem uma matemática de alto nível. Os resultados apresentados neste estudo, embora sejam impressionantes, ainda podem ser melhorados e nosso objetivo deve ser de que todos os alunos atinjam níveis proficientes ou avançados na matemática. Tais objetivos estão a nosso alcance, mas eles só serão alcançáveis se nós, como nação, elevarmos nossas expectativas em relação aos alunos que estão aprendendo matemática e aos professores que a estão ensinando.

## Referências

BLACK, P.; HARRISON, C.; LEE, C.; MARSHALL, B.; WILIAM, D.. *Working inside the black box: assessment for learning in the classroom*. Londres: Dept of Education & Professional Studies, King's College, 2002.

BLACK, P.; WILIAM, D.. Inside the Black Box: Raising Standards through Classroom Assessment. *Phi Delta Kappan*, out. 1998.

BLACKWELL, L.; TRZESNIEWSKI, K.; DWECK, C. S.. Implicit Theories of Intelligence Predict Achievement Across an Adolescent Transition: A Longitudinal Study and an Intervention. *Child Development*, v. 78, n. 1, 2007.

BOALER, J.. *What's Math Got To Do With It? How Parents and Teachers Can Help Children Learn to Love Their Least Favorite Subject*. Nova York: Penguin, 2009.

BOALER, J.. Ability and Mathematics: The Mindset Revolution That is Reshaping Education. *FORUM*, v. 55, n. 1, 2013a.

BOALER, J.. The Sterotypes That Distort How Americans Teach and Learn Math. *The Atlantic*, 12 nov. 2013b.

BOALER, J.. Changing the Conversation About Girls and STEM (T. W. H. C. o. W. a. Girls, Trans.). Washington: The White House, 2014.

BOALER, J.; STAPLES, M.. Transforming Students' Lives through an Equitable Mathematics Approach: The Case of Railside School. *Teachers College Record*, v. 110, n. 3, 2005.

BORKO, H.. Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain. *Educational Researcher*, v. 33, n. 8, 2004.

BOSTON, M.; SMITH, M.. Transforming Secondary Mathematics Teaching: Increasing the Cognitive Demands of Instructional Tasks Used in Teachers' Classrooms. *Journal for Research in Mathematic Education*, v. 40, n. 2, 2009.

BRIARS, D.; ASTURIAS, H.; FOSTER, D.; GALE, M.. Implementing the Teaching9Assessing9 Learning Cycle *Common Core Mathematics in a PLC at Work Grades 6X8*: Publication Solution Tree, 2013.

BUI, S.; CRAIG, S.; IMBERMAN, S.. Poor Results for High Achievers: New Evidence on the Impact of Gifted and Talented Programs. *Education Next*, 2012.

BURRIS, C.; HEUBERT, J.; LEVIN, H.. Accelerating Mathematics Achievement Using Heterogeneous Grouping. *American Educational Research Journal*, v. 43, n. 1, 2006.

BURSTEIN, L.. *The IEA Study of Mathematics. III: Student Growth and Classroom Processes*. Oxford: Pergamon Press, 1993.

COHEN, E.; LOTAN, R.. *Designing Groupwork: Strategies for the Heterogeneous Classroom, Third Edition*. Nova York: Teachers College Press, 2014.

DWECK, C. S.. Is Math a Gift? Beliefs That Put Females at Risk. In: CECL, S. J. (Org.), *Why Aren't More Women in Science? Top Researchers Debate the Evidence*. Washington: American Psychological Association, 2006a.

DWECK, C. S.. *Mindset: A nova psicologia do sucesso*. São Paulo: Objetiva, 2017.

ENGEL, P.. Why Parents Hate Common Core Math, 2014.

FINKELSTEIN, N.; FONG, A., TIFFANY MORALES, J.; SHIELDS, P. M.; HUANG, M.. *College Bound in Middle School & High School? How Math Course Sequences Matter*. Sacramento: The Center for the Future of Teaching & Learning at WestEd, 2012. Disponível em: <http://www.cftl.org>.

FOSTER, D.; NOYCE, P.; SPIEGAL, S.. When Assessment Guides Instruction Silicon Valley's Mathematics Assessment Collaborative. In: MSRI (Org.), *Assessing Mathematical Proficiency*, v. 53, 2007.

FOSTER, D.; Poppers, A. (2011). How Can I Get Them to Understand? Formative Assessment and Reengaging Students in Core Mathematics *New Frontiers in Formative Assessment*: Harvard University Press, 2011.

KOZOL, J.. *Savage Inequalities: Children in America's Schools*. New York: HarperPerennial, 2012.

LORTIE, D. C.. *Schoolteacher: A sociological study*. Chicago: University of Chicago Press, 1975.

OAKES, J.. *Keeping Track: How Schools Structure Inequality*: Yale University Press, 2000.

Paek, P., & Foster, D.. *Improved Mathematical Teaching Practices and Student*, 15 abr. 2012.

*Learning Using Complex Performance Assessment Tasks*. Artigo apresentado em The National Council on Measurement in Education Vancouver, Canadá.

PISA. *PISA 2012 Results in Focus. What 15-year-olds Know and What they Can Do With*

*What They Know*. Paris: OCDE, 2012.

RAND, M. S. P. *Mathematical proficiency for all students: Toward a strategic research and development program in mathematics education* (DRU927739OERI), Arlington: RAND Education & Science and Technology Policy Institute, out. 2012.

RAYTHEON-COMPANY.. *Math Relevance to US Middle School Students: A Survey Commissioned by Raytheon Company*. Waltham: Raytheon Company, 2012.

ROMERO, C.. *Coping with challenges during middle school: The role of implicit theories of emotion*, 2013, 134 f.. Tese (Doutorado em Psicologia) Departamento de Psicologia/ Universidade de Stanford, 2013. Disponível em: <http://purl.stanford.edu/ft278nx7911>

ROSEN, L. Myth Making and Moral Order in a Debate on Mathematics Education Policy. In: SUTTON, M.; LEVINSON, B. A. U. (Orgs.), *Policy as Practice: Toward a Comparative Sociocultural Analysis of Educational Policy*, v. 1. Westport: Ablex Publishing, 2003, p. 295-316.

ROUSSEAU, C.; TATE, W.. No Time Like the Present: Reflecting on Equity in School Mathematics. *Theory Into Practice*, v. 42, n. 3, 2003.

SAHLBERG, P. *Finnish Lessons: What Can the World Learn from Educational Change in Finland*. Nova York: Teachers College Press, 2013.

SCHOENFELD, A.. Making Mathematics Work For All Children: Issues of Standards, Testing, and Equity. *Educational Researcher*. Jan-Fev., 2002.

SILVA, E.; WHITE, T.. Pathways to Improvement: Using Psychological Strategies to help College Students Master Developmental Math: Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching, 2013.

STANFORD, P.. University Education: The Maturing of the MOOC?. *The Telegraph*. Londres, 2 de novembro de 2013. Disponível em: <https://www.telegraph.co.uk/education/universityeducation/10414989/University-education-maturing-of-the-Mooc.html>

STEIN, M. K.; SMITH, M.; HENNINGSEN, M.; SILVER, E.. *Implementing Standards Based Mathematics Instruction: A Case book for Professional Development*. Nova York: Teachers College Press, 2000.

WILSON, S.. *California Dreaming: Reforming Mathematics Education*. New Haven: Yale University Press, 2002.

Teaching Kids Real Math With Computers. *The Guardian*, 2010. Disponível em: <https://www.theguardian.com/science/punctuated-equilibrium/2010/nov/16/1>

Apêndice: Três Tarefas do MARS.

---

## Uniformes de Baseball

Este problema é uma oportunidade para você:

- trabalhar com equações que representam situações da vida real
- 

Bruno vai encomendar novos uniformes para seu time de beisebol. A logo do time estará impresso na parte da frente dos uniformes. Bruno pede um orçamento a duas empresas locais.



1. A “Imprima Já” cobra R\$21,50 por cada uniforme.

Usando  $n$  para o número de uniformes encomendados, e  $c$  para o custo total em reais, escreva uma equação para mostrar o custo total dos uniformes da “Imprima Já”.

---

2. A “Top Print” cobra R\$70,00 de entrada e R\$18,00 por cada uniforme. Usando  $n$  para o número de uniformes encomendados, e  $c$  para o custo total em reais, escreva uma equação para mostrar o custo total dos uniformes da “Top Print”.
- 

3. Bruno decide encomendar 30 uniformes da “Top Print”. Quanto mais custariam os uniformes se ele fechar negócio com a “Imprima Já”?  
Mostre todos os seus cálculos.
- 

4. Use as duas equações das perguntas 1 e 2 para descobrir de quantos uniformes Bruno precisaria para que o preço da “Top Print” fosse menor que o da “Imprima Já”.  
Explique como você descobriu.
-

---

## Quantos Anos Eles têm?

Este problema é uma oportunidade para você:

- formar expressões
  - formar e resolver uma equação para resolver um problema de idade
- 

Gui tem  $w$  anos de idade.

Lore é 3 anos mais velha.

1. Crie uma expressão, em termos de  $w$ , para a idade de Gui.

---

Joca tem o dobro da idade de Lore.

2. Crie uma expressão, em termos de  $w$ , para a idade de Joca.

---

Se você somar as idades de Gui, Lore e Joca, o total é de 41 anos de idade.

3. Forme uma equação e a resolva para descobrir quantos anos têm Gui, Lore e Joca.

Gui tem \_\_\_\_\_ anos

Lore tem \_\_\_\_\_ anos

Joca tem \_\_\_\_\_ anos

Mostre seu trabalho.

4. Em quantos anos Joca terá o dobro da idade de Gui? \_\_\_\_\_ anos

Explique como você descobriu.

---

---

---

---

## Botões

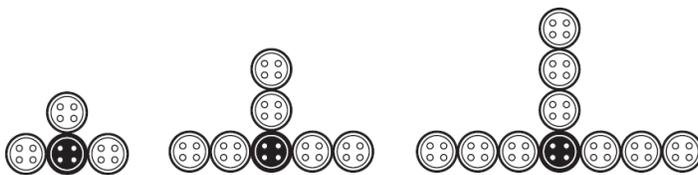
Este problema é uma oportunidade para você:

- descrever, estender e fazer generalizações sobre um padrão numérico

Guida brinca com a coleção de botões pretos e brancos de sua avó.

Ela os organiza em padrões.

Seus três primeiros padrões estão logo abaixo.



Padrão 1

Padrão 2

Padrão 3

Padrão 4

1. Desenhe o padrão 4 ao lado do Padrão 3.
2. De quantos botões **brancos** Guida precisa para o Padrão 5 e o Padrão 6?

Padrão 5 \_\_\_\_\_

Padrão 6 \_\_\_\_\_

Explique como você descobriu.

---

---

---

3. No total, de quantos botões Guida precisa para fazer o Padrão 11?

---

Explique como você descobriu.

---

---

---

4. Guida acha que precisa de 69 botões no total para fazer o Padrão 24.

Como você sabe que ela **não** está correta?

---

---

---

De quantos botões ela precisa para fazer o Padrão 24?

---