



## 3º Dia: Dobraduras de Papel

Texto da professora Jo Boaler

### Introdução

No 3º dia, recomendamos outra de nossas atividades favoritas, e esta vem de Mark Driscoll. Ela estimula alunos e professores a empreender o pensamento visual e criativo. Casamos a atividade de Mark com uma estratégia para ensinar os alunos a argumentar e ser convincentes, duas práticas matemáticas importantes. Também estamos compartilhando uma conversa numérica de cartão pontilhado, que pode ser usada em qualquer momento da aula.

### Vídeo

O vídeo explica aos alunos que a profundidade é mais importante que a velocidade na matemática, e mostra a história de um matemático famoso. Este vídeo realmente motiva alunos que podem ter recebido ideias equivocadas sobre a matemática.

### Atividade: Dobraduras de Papel

Esta é uma atividade desafiadora para qualquer estudante. Ela começa com perguntas razoavelmente fáceis que vão ficando mais difíceis à medida que a atividade avança. Na versão para o 5º ano em diante, há 5 perguntas diferentes e é uma boa ideia dar uma olhada nelas e testá-las você mesma! Quando a dei a professores, alguns passaram a noite em claro tentando resolver a última pergunta! Para os 3º e 4º anos, recomendamos 3 perguntas, mas fique à vontade para usar a versão do 5º ano em diante, caso ache apropriado. Incluímos nossa versão de 3 perguntas para os 3º e 4º anos e uma versão de 5 perguntas para você dar uma olhada.

Para os 3º e 4º anos, recomendo distribuir folhas quadradas de papel a todos os alunos – papel de origami ou outro papel colorido são boas opções, se você os tiver. A cada pergunta, distribua uma folha de papel diferente para os alunos. Também permita que desenhem sobre as marcas das dobras com um marcador. Essa é uma atividade muito bacana de dobrar papel que ajudará os alunos a entender frações como  $\frac{1}{4}$  e aprender a usar argumentos convincentes por meio de razões matemáticas.

Uma coisa que amo nessa atividade é que, embora as últimas perguntas sejam difíceis, os alunos possuem todo o conhecimento necessário para resolvê-las. Esta é uma ótima oportunidade para estimulá-los com mensagens positivas, tais como: “Se está difícil, significa que seu cérebro está crescendo, você sabe de tudo de que precisa para resolver isso, é só raciocinar bastante”.

Também gosto muito dessa atividade por ensinar os alunos a argumentar, justificar e a serem convincentes, práticas matemáticas muito importantes. Eu combinei a atividade de dobradura de



## 3º Dia: Dobraduras de Papel

papel com uma estratégia pedagógica que aprendi com Cathy Humphreys e que os alunos apreciam, a de aprender a convencer um cético, como explico na página seguinte.

Explique aos alunos que nesta atividade eles vão dobrar papéis, fazer formas e convencer alguém de que sua forma está correta. Uma grande oportunidade para oferecer um exemplo do que significa ser convincente está em pedir a todos os alunos que encontrem uma solução para a primeira pergunta, depois convidar um aluno para defender suas soluções com você. Quando eles te mostrarem a solução, estimule-os a ser realmente convincentes, explicando que isso é o que é ser matemático.

A primeira pergunta solicita que os alunos construam um quadrado com exatamente  $\frac{1}{4}$  da área do quadrado original e convençam alguém de que ele é um quadrado e possui  $\frac{1}{4}$  da área. Eis uma conversa que tive com um aluno que mostrou a solução da dupla:

Aluno: Isto é um quadrado, aqui.

JB: Como você sabe que é um quadrado?

Aluno: Porque eu dobrei ele em quatro partes.

JB: Como isso te convence de que é um quadrado?

Aluno: As quatro partes são iguais.

JB: Por que isso significa que elas formam um quadrado?

Aluno: Elas são quadrados porque têm ângulos de 90 graus e seus lados têm o mesmo comprimento (o aluno mostra o papel da dupla para mostrar que há 4 quadrados pequenos, todos iguais).

JB: Ok, você me convenceu de que é um quadrado. Como sabe que o quadrado tem  $\frac{1}{4}$  da área do quadrado original?

Aluno: Há quatro quadrados que são do mesmo tamanho e, juntos, eles formam o mesmo tamanho do quadrado grande.

JB: Como você sabe que eles têm o mesmo tamanho do quadrado grande?

Aluno: Porque os quatro quadrados se encaixam exatamente no quadrado grande.

JB: Obrigada, você me convenceu!

Você provavelmente pode fazer outras perguntas para estimular os alunos a ser convincentes, o que realmente importa é fazê-los defender cada solução de maneira completa, sem fazer quaisquer afirmações que não sejam completamente justificadas. Após essa parte da atividade, diga aos alunos que você deseja que eles se alternem no papel do cético. Diga que existem três níveis de convencimento. Você pode:

- Convencer a si mesmo
- Convencer um amigo
- Convencer um cético



## 3º Dia: Dobraduras de Papel

É fácil convencer a si mesmo e pode ser fácil convencer um amigo, mas convencer um cético é difícil. Os céticos são muito úteis, pois estimulam os alunos a justificar e argumentar (veja como Kathy Humphreys usa essa estratégia em BOALER; HUMPHREYS, 2005).

Para as duas perguntas restantes, peça aos alunos que trabalhem em duplas e solicite que um deles responda à pergunta com o papel e o outro seja o cético. Depois da primeira pergunta, eles trocam de função para que o outro aluno faça as dobraduras e convença o colega, que será o cético. Caso você tenha um número ímpar de alunos na sala, há duas opções:

Um grupo será composto por 3 alunos, e dois deles se defenderão para um cético por vez. Não coloque dois céticos para um defensor, pois nossos experimentos mostraram que, dessa forma, coloca-se muita pressão no aluno que está se defendendo. Se dois estão apresentando soluções, o cético deve pedir a cada um que justifique os passos. Outra opção é a professora fazer dupla com um dos alunos.

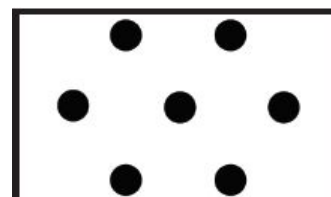
Independentemente de quantas perguntas os alunos concluíam, o que importa é que estão vivenciando a necessidade de ser convincentes, e de justificar e argumentar.

Quando ensinei a atividade de dobradura de papel, preferi apresentar a conversa numérica de cartão de pontos no meio da aula; isso interrompeu a atividade dos alunos, mas gostei de fazê-la, pois lhes deu algo diferente para refletir por um instante. Talvez você prefira fazer a atividade do cartão de pontos antes ou depois da tarefa.

### Atividade: Cartão de Pontos

Uma conversa numérica com cartão de pontos é uma atividade muito bacana que agrada pessoas de todas as idades. Ela é uma atividade de ensino curta, mas poderosa, e mostra aos alunos:

- a criatividade na matemática
- a natureza visual da matemática e
- as muitas formas diferentes nas quais as pessoas veem a matemática.



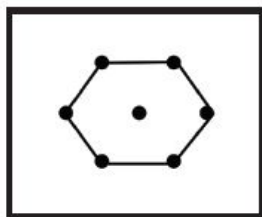
Isso dá às professoras a chance de reverenciar o fato de que todos nós vemos a matemática de forma diferente e que as diferentes formas nas quais os alunos a veem devem ser respeitadas.



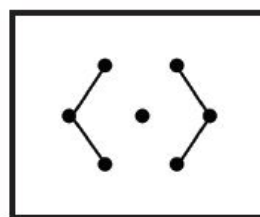
## 3º Dia: Dobraduras de Papel

Neste vídeo de seis minutos,

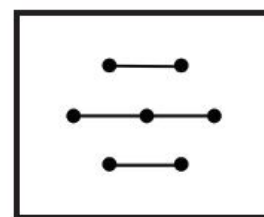
<https://www.youcubed.org/pt-br/resources/jo-ensinando-e-conversando-sobre-o-numero-de-pontos-de-uma-cartela/>, você pode ver como usei um conversa numérica de cartão de pontos. Eu poderia ter acrescentado números aos métodos dos alunos, tais como:



$$6 + 1$$



$$3 + 3 + 1$$



$$2 + 3 + 2$$

A opção de incluir os números ou não é sua. Para mais detalhes sobre o ensino de uma conversa numérica de cartão pontilhado ou uma conversa numérica regular, veja <https://www.youcubed.org/pt-br/resources/conversas-numericas-trecho-do-curso-online/>, Humpreys e Parker (2015), Parrish (2014).

Referências:

BOALER, J. & HUMPFREYS, C. **Connecting Mathematical Ideias: Middle School Cases of Teaching & Learning**. Heinnean: Portsmouth, 2005.

HUMPFREYS, C. & PARKER, R. **Making Number Talks Matter: Developing Mathematical Practices and Deepening Understandingm Grades 4-10**. Portland: Stenhouse, 2015.

PARISH, S. **Number Talks: Helping Children Build Mental Math and Computation Strategies, Grades K-5, Updated with Common Core Connections**. Math Solutions, 2014.



## 3º Dia: Dobraduras de Papel

Atividade	Tempo	Descrição/Pontos	Materiais
Vídeo do 3º dia: rapidez	3 min	Vídeo <a href="https://www.youcubed.org/pt-br/resources/rapidez-nao-e-importante/">https://www.youcubed.org/pt-br/resources/rapidez-nao-e-importante/</a>	
		Possível discussão sobre o vídeo	
Dobraduras de Papel	35 min	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cada aluno vai precisar de três folhas quadradas de papel. Papel de origami funciona bem.</li> <li>2. Peça aos alunos que façam o #1. Mostre como é ser cético enquanto um dos alunos prova que seu quadrado dobrado representa <math>\frac{1}{4}</math> da área do quadrado.</li> <li>3. Peça aos alunos que prossigam com os exercícios 2 e o 3 da atividade de dobragem de papel e troquem de lugar nos papéis do convencedor e do cético.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Papel, caneta/lápis</li> <li>• Ficha Dobradura de papel para os 3º e 4º anos, página 6 (5 perguntas, página 8)</li> <li>• Três folhas quadradas de papel para cada aluno.</li> </ul>
Conversa Numérica do Cartão de Pontos	5 min	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mostre o recurso visual do cartão aos alunos. Guarde-o antes que tenham tempo de contar e pergunte quantos pontos eles viram e como os viram. Para mais detalhes, veja este vídeo: <a href="https://www.youcubed.org/pt-br/resources/jo-ensinando-e-conversando-sobre-o-numero-de-pontos-de-uma-cartela">https://www.youcubed.org/pt-br/resources/jo-ensinando-e-conversando-sobre-o-numero-de-pontos-de-uma-cartela</a></li> <li>2. Desenhe o máximo de exemplos possível de representações dos alunos.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 cópia do cartão de pontos para exibição, página 7</li> </ul>
Conclusão	5 min	Revise os conceitos-chave: A matemática nunca deve ser associada à velocidade. Os alunos devem sempre parar para refletir e utilizarem o tempo necessário para compreender a matemática que estão aprendendo.	



## 3º Dia: Dobraduras de Papel

### Dobraduras de Papel, 3º e 4º anos

Adaptado de Driscoll, 2007

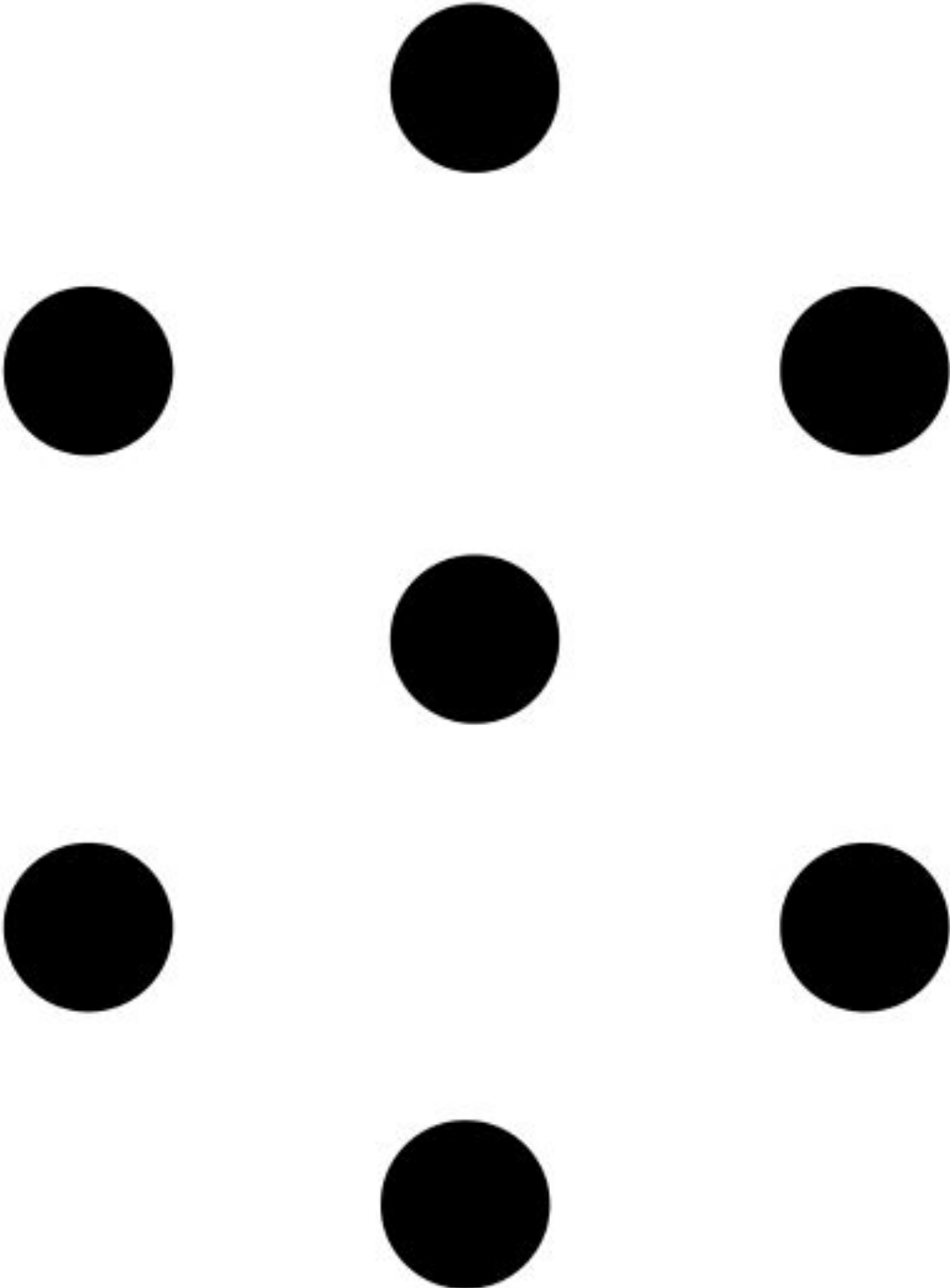
Trabalhe com uma dupla. Revezem-se entre o papel do cético e do convencedor. Quando você for o convencedor, seu papel é o de ser convincente! Ofereça motivos para todas as suas afirmações. Os céticos devem ser céticos! Não se deixe convencer facilmente. Exija motivos e justificativas que façam sentido pra você.

Em cada um dos problemas abaixo, uma pessoa deve fazer a forma e, depois, ser convincente. Sua dupla é o cético. Quando avançarem para a pergunta seguinte, troquem de papéis.

Comece com uma folha quadrada de papel e faça dobraduras para construir uma nova forma. Depois, explique como sabe que a forma que você construiu tem a área especificada.

1. Construa um quadrado com exatamente  $\frac{1}{4}$  da área do quadrado original. Convença sua dupla de que é um quadrado e tem  $\frac{1}{4}$  da área.
2. Construa um triângulo com exatamente  $\frac{1}{4}$  da área do quadrado original. Convença sua dupla de que é um triângulo e de que tem  $\frac{1}{4}$  da área.
3. Construa um triângulo com exatamente  $\frac{1}{8}$  da área do quadrado original. Convença sua dupla de que é um triângulo e de que tem  $\frac{1}{8}$  da área.

Driscoll, 2007, p. 90, [http: heinemann.com/products/E01148.aspx](http://heinemann.com/products/E01148.aspx)





## 3º Dia: Dobraduras de Papel

### Dobraduras de Papel

Adaptado de Driscoll, 2007

Trabalhe com uma dupla. Revezem-se entre o papel do cético e do convencedor. Quando você for o convencedor, seu papel é o de ser convincente! Ofereça motivos para todas as suas afirmações. Os céticos devem ser céticos! Não seja facilmente convencido. Exija motivos e justificativas que façam sentido pra você.

Em cada um dos problemas abaixo, uma pessoa deve fazer a forma e, depois, ser convincente. Sua dupla é o cético. Quando avançarem para a pergunta seguinte, troquem de papel.

Comece com uma folha quadrada de papel e faça dobraduras para construir uma nova forma. Depois, explique como sabe que a forma que você construiu tem a área especificada.

1. Construa um quadrado com exatamente  $\frac{1}{4}$  da área do quadrado original. Convença sua dupla de que é um quadrado e tem  $\frac{1}{4}$  da área.
2. Construa um triângulo com exatamente  $\frac{1}{4}$  da área do quadrado original. Convença sua dupla de que é um triângulo e de que tem  $\frac{1}{4}$  da área.
3. Construa outro triângulo, também com  $\frac{1}{4}$  da área, que não seja congruente com o primeiro que você construiu. Convença sua dupla de que ele tem  $\frac{1}{4}$  da área.
4. Construa um quadrado com exatamente  $\frac{1}{2}$  da área do quadrado original. Convença sua dupla de que é um triângulo e de que tem  $\frac{1}{2}$  da área.
5. Construa outro quadrado, também com exatamente  $\frac{1}{2}$  da área, que tenha uma orientação diferente em relação ao que você construiu no exercício 4. Convença sua dupla de que ele tem  $\frac{1}{2}$  da área.

Driscoll, 2007, p. 90, <http://heinemann.com/products/E01148.aspx>